

DEVOIR DEPARTEMENTAL DE MATHÉMATIQUES

EXERCICE N°1

(8 points)

A) Démontrer que pour tout $a > b \geq 0$

I) $\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a-b}}$ et II) $(\sqrt{a+\sqrt{a^2-b^2}} + \sqrt{a-\sqrt{a^2-b^2}})^2 = 2(a+b)$ (2pts)

B) Résoudre dans \mathbb{R} les équations et les inéquations suivantes :

- $|3x - 1| = -5$ (1pt)
- $|(2x - 1)^2 - 9| = 16$ (1pt)
- $|4x - 2| = x + 2$ (1pt)
- $|-x + 3| = |2x - 4|$ (1pt)
- $|3 - 2x| < 4$ (1pt)
- $|2x - 8| \geq 12$ (1pt)

EXERCICE N°2

(9 points)

Partie A :

Soit ABC un triangle.

- Construire le point M, tel que $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BC}$. (1pt)
- Démontrer que $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$. (1pt)
- Construire N tel que $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ en déduire que A, M et N sont alignés. (2pts)

Partie B :

- Construire les points P et Q tels que : $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AQ} = 3 \overrightarrow{AC}$. (2pts)
- Montrer que $\overrightarrow{CP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BQ} = -\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$. (2pts)
- En déduire que les droites (CP) et (BQ) sont parallèles. (1pts)

EXERCICE N°3

(3points)

Soit ABC un triangle et x un nombre réel. A chaque valeur de x on associe les point E et F tels que :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + x \overrightarrow{AC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AF} = x \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}.$$

- Montrer que quel que soit le nombre réel x, les vecteurs \overrightarrow{EF} et \overrightarrow{BC} sont colinéaires. (1pt)
- Pour quelle valeur de x a-t-on E et F confondus ? (1pt)
- Pour quelles valeurs de x a-t-on EFCB est un parallélogramme ? (1pt)

Bonne Chance !